

Fermi-kante Singularität

Miroslav Shaltev @ Seminar
ITP, Universität Hannover

13. Juni 2007

Fragestellungen

Theorie

Der Hamilton Operator

$H^{(0)}$ Term

$H^{(1)}$ Term

Bosonisierung

Experiment

- ▶ Was ist Fermi-kante Singularität?

- ▶ Was ist Fermi-kante Singularität?
- ▶ Wie sieht der Hamilton Operator für ein solches System aus?

- ▶ Was ist Fermi-kante Singularität?
- ▶ Wie sieht der Hamilton Operator für ein solches System aus?
- ▶ Kann man etwas tatsächlich messen?

- ▶ Was ist Fermi-kante Singularität?
- ▶ Wie sieht der Hamilton Operator für ein solches System aus?
- ▶ Kann man etwas tatsächlich messen?
- ▶ Geht es anders?

- ▶ Was ist Fermi-kante Singularität?
- ▶ Wie sieht der Hamilton Operator für ein solches System aus?
- ▶ Kann man etwas tatsächlich messen?
- ▶ Geht es anders?
- ▶ Stimmt das alles überhaupt?

Fermi-kante Singularität - die Antwort eines fermionen vielteilchen Systems bei der unerwarteten Erscheinung einer lokale Störung.

► Hamilton Operator

$$H = H^{(0)} + H^{(1)} \quad (1)$$

▶ Hamilton Operator

$$H = H^{(0)} + H^{(1)} \quad (1)$$

▶ mit $H^{(0)} = H_0 + H_{int}$

Term H_0 - Metall mit 1 lokaler Zustand (z.B. Quantenpunkt)



$$H_0 = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + (E_0 + V) d^\dagger d \quad (2)$$

Term H_0 - Metall mit 1 lokaler Zustand (z.B. Quantenpunkt)



$$H_0 = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + (E_0 + V)d^\dagger d \quad (2)$$

▶ in Ortsbasis

$$H_0 = \int dx \Psi^\dagger(x) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right) \Psi(x) + (E_0 + V)d^\dagger d \quad (3)$$

Term H_{int} - wechselwirungs Term



$$H_{int} = V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'} d^\dagger d \quad (4)$$

Term H_{int} - wechselwirungs Term

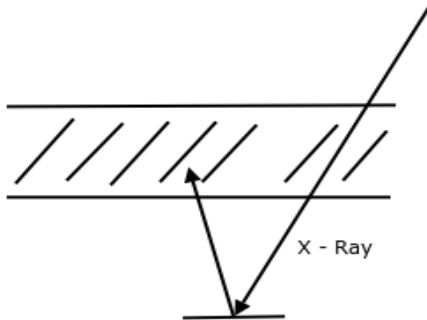


$$H_{int} = V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'} d^\dagger d \quad (4)$$

▶ in Ortsbasis

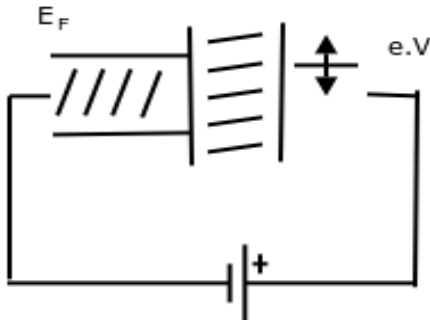
$$H_{int} = \int dx V \delta(x) \Psi^\dagger(x) \Psi(x) d^\dagger d \quad (5)$$

der $H^{(1)}$ Term representiert Kopplung am äußeres Feld, z.B.



$$H_{x-ray} = \int d^3k (A(k) d^\dagger a_k e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} + h.c.) \quad (6)$$

oder



$$H_{tunn} = \sum_k (t_k c_k^\dagger d + h.c.) = t \int dx (\psi^\dagger(0) d + h.c.) \quad (7)$$

Erinnerung:

$$H_0 = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + (E_0 + V) d^\dagger d \text{ und } H_{int} = V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'} d^\dagger d$$

$$[H_0 + H_{int}, d^\dagger d] = 0$$

► zwei Sektoren:

Erinnerung:

$$H_0 = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + (E_0 + V) d^\dagger d \text{ und } H_{int} = V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'} d^\dagger d$$

$$[H_0 + H_{int}, d^\dagger d] = 0$$

- ▶ zwei Sektoren:
- ▶ $d^\dagger d = 0 \Rightarrow H^{(0)} = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k$

Erinnerung:

$$H_0 = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + (E_0 + V) d^\dagger d \text{ und } H_{int} = V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'} d^\dagger d$$


$$[H_0 + H_{int}, d^\dagger d] = 0$$

▶ zwei Sektoren:

▶ $d^\dagger d = 0 \Rightarrow H^{(0)} = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k$

▶ $d^\dagger d = 1 \Rightarrow H^{(0)} = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + V \sum_{k,k'} c_k^\dagger c_{k'}$

für $d^\dagger d = 0$


$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi = E_0 \Psi \quad (8)$$

für $d^\dagger d = 0$

▶

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi = E_0 \Psi \quad (8)$$

▶

$$\frac{\hbar^2}{2m} k^2 \Psi = E_0 \Psi \quad (9)$$

für $d^\dagger d = 0$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi = E_0 \Psi \quad (8)$$




$$\frac{\hbar^2}{2m} k^2 \Psi = E_0 \Psi \quad (9)$$

▶ Lösung:

$$\Psi_{in} \propto e^{ikx}, \Psi_{out} \propto e^{-ikx} \quad (10)$$

für $d^\dagger d = 1$


$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi + V\delta(\vec{r}) = E_0 \Psi \quad (11)$$

für $d^\dagger d = 1$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi + V\delta(\vec{r}) = E_0 \Psi \quad (11)$$

▶ Lösung:

$$\Psi_{in} \propto e^{ikx+i\delta}, \Psi_{out} \propto e^{-ikx-i\delta} \quad (12)$$

für $d^\dagger d = 1$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi + V\delta(\vec{r}) = E_0 \Psi \quad (11)$$

▶ Lösung:

$$\Psi_{in} \propto e^{ikx+i\delta}, \Psi_{out} \propto e^{-ikx-i\delta} \quad (12)$$

▶ mit $\delta \propto -V$

- ▶ Anderson Orthogonalitätskatastrophe:

$$\langle k^{(0)} | k^{(1)} \rangle = 0$$

- ▶ Fermi goldene Regel - Zeitabhängige Störungstheorie

- ▶ Fermi goldene Regel - Zeitabhängige Störungstheorie



$$I = \langle 0 | d(0) \Psi^\dagger(0, 0) \Psi(t, 0) d^\dagger(t) | 0 \rangle. \quad (13)$$

▶ 1-d Fermi Flüssigkeit

$$H = i\Psi^\dagger \frac{d}{dx} \Psi + \delta(x) V \Psi^\dagger \Psi dd^\dagger \quad (14)$$

- ▶ 1-d Fermi Flüssigkeit

$$H = i\Psi^\dagger \frac{d}{dx} \Psi + \delta(x) V \Psi^\dagger \Psi \quad (14)$$

- ▶ es wird bosonisiert: $\Psi(x) \propto e^{i\sqrt{4\pi}\Phi(x)}$

(15)

Beispiel: Röntgenstrahlung Absorption

- ▶ 1-d Fermi Flüssigkeit

$$\int dt e^{i(E+E_0)t} \langle d^\dagger(t) \Psi(t, 0) \Psi^\dagger(0, 0) d(0) \rangle \propto \frac{1}{(E + E_0)^\alpha} \quad (16)$$

Beispiel: Röntgenstrahlung Absorption

- ▶ 1-d Fermi Flüssigkeit

$$\int dt e^{i(E+E_0)t} \langle d^\dagger(t) \Psi(t, 0) \Psi^\dagger(0, 0) d(0) \rangle \propto \frac{1}{(E + E_0)^\alpha} \quad (16)$$

- ▶ $\alpha = 1 - \left(1 - \frac{\delta}{\pi}\right)^2$.

Beispiel: Röntgenstrahlung Absorption

- ▶ 1-d Fermi Flüssigkeit

$$\int dt e^{i(E+E_0)t} \langle d^\dagger(t) \Psi(t, 0) \Psi^\dagger(0, 0) d(0) \rangle \propto \frac{1}{(E + E_0)^\alpha} \quad (16)$$

- ▶ $\alpha = 1 - (1 - \frac{\delta}{\pi})^2$.



$$\langle d^\dagger(t) \Psi(t, 0) \Psi^\dagger(0, 0) d(0) \rangle \propto \frac{1}{t^{(1-\frac{\delta}{\pi})^2}} \quad (17)$$

- ▶ *InAs* Qunantenpunkten zwischen *AlAs* tunneln Barrieren

- ▶ InAs Qunantenpunkten zwischen A/As tunneln Barrieren
- ▶ Strom:

$$I \sim \frac{1}{\pi} \text{Im} \left[\left(\frac{i\beta D}{\pi} \right)^\gamma B \left(\frac{1-\gamma}{2} - i \frac{\beta e \Delta V}{2\pi}, \gamma \right) \right] \quad (18)$$

für $T \rightarrow 0$

$$I \rightarrow \frac{1}{(\Delta V)^{\gamma-1}} \quad (19)$$

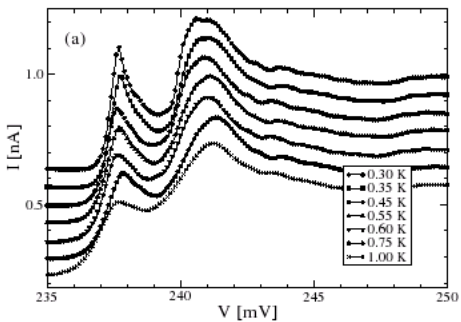


Abbildung: $I - U$ Kennlinie

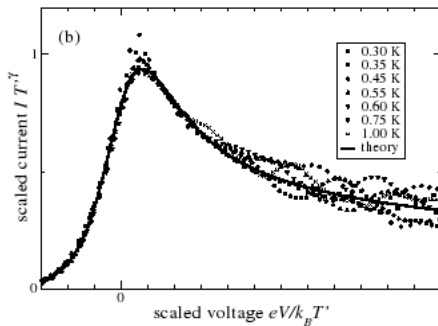





Abbildung: $I - U$ skalierte Kennlinie

-  I. Affleck and A. W.W.Ludwig, "The fermi-edge singularity and boundary condition changing operators," *A. Phys.*, vol. 27, 1994.
-  H. Frahm, C. von Zobeltitz, N. Maire, and R. J.Haug, "Fermi-edge singularities in transport through quantum dots," *Physical Review*, vol. 74, 2006.
-  J. Fransson, "Tunneling and non-orthogonality," *Uppsala*, <http://www.fysik.uu.se/cmt/documents/LicJonas/thesis.html>.